

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 2 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 3 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determina, segundo os valores de λ , o rango da matriz $AA^t - \lambda I$, sendo A^t a matriz trasposta de A e I a matriz unidade de orde 2.

b) Determina a matriz $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ que verifica a ecuación matricial $AA^t X = 6X$.

2. a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - \cos 2x}$

b) Deséxase construír unha caixa de base cadrada, con tapa e cunha capacidade de 80 dm^3 . Para a tapa e a superficie lateral quérese utilizar un material que custa 2€/dm^2 e para a base outro que custa 3€/dm^2 . Calcula as dimensións da caixa para que o seu custo sexa mínimo

c) Calcula $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$

3. Dados os planos $\pi_1: x + y - z + 2 = 0$; $\pi_2: \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = \lambda + 3\mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de π_1 e π_2 . Se se cortan, calcula o ángulo que forman.

b) Sexa r a recta que pasa polo punto $P(1,1,1)$ e é perpendicular a π_1 . Calcula o punto de corte de r e π_1 .

c) Calcula o punto simétrico do punto $P(1,1,1)$ respecto do plano π_1

4. a) Nun experimento aleatorio, sexan A e B dous sucesos con $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$. Se A e B son independentes, calcula $P(A \cup B)$ e $P(A - B)$. (Nota: \bar{A} suceso contrario ou complementario de A).

b) Nun grupo de 100 persoas hai 40 homes e 60 mulleres. Elíxense ao azar 4 persoas do grupo, ¿cal é a probabilidade de seleccionar máis mulleres que homes?

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

b) Resólveo, se é posible, cando $m = 1$.

2. a) Calcula os valores a, b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{se } x < 3 \\ \ln(x-2) & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$ sexa derivable en $x = 3$ e

determina o punto no que a tanxente á gráfica de $f(x)$ é paralela á recta $x + 3y = 0$.

b) Se $P(x)$ é un polinomio de terceiro grao, cun punto de inflexión no punto $(0,5)$ e un extremo relativo no punto $(1,1)$, calcula $\int_0^1 P(x) dx$.

3. Sexa r a recta que pasa polos puntos $P(1,0,5)$ e $Q(5,2,3)$

a) Calcula a distancia do punto $A(5, -1, 6)$ á recta r .

b) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é perpendicular a r e pasa polo punto $A(5, -1, 6)$.

c) Calcula a área do triángulo de vértices os puntos $P(1,0,5)$, $A(5, -1, 6)$ e o punto de corte da recta r co plano $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$.

4. Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70% son mulleres. Elíxido un paciente ao azar,

a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller

b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?

MATEMÁTICAS II

(El alumno/a debe responder solamente los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1= 2 puntos, ejercicio 2= 3 puntos, ejercicio 3= 3 puntos, ejercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Determina, según los valores de λ , el rango de la matriz $AA^t - \lambda I$, siendo A^t la matriz traspuesta de A e I la matriz unidad de orden 2.
b) Determina la matriz $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ que verifica la ecuación matricial $AA^t X = 6X$.

2. a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}^2 x - 3x^2}{e^{x^2} - \cos 2x}$

b) Se desea construir una caja de base cuadrada, con tapa y con una capacidad de 80 dm^3 . Para la tapa y la superficie lateral se quiere utilizar un material que cuesta 2€/dm^2 y para la base otro que cuesta 3€/dm^2 . Calcula las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

c) Calcula $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$

3. Dados los planos $\pi_1: x + y - z + 2 = 0$; $\pi_2: \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = \lambda + 3\mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

- a) Estudia la posición relativa de π_1 y π_2 . Si se cortan, calcula el ángulo que forman.
b) Sea r la recta que pasa por el punto $P(1,1,1)$ y es perpendicular a π_1 . Calcula el punto de corte de r y π_1 .
c) Calcula el punto simétrico del punto $P(1,1,1)$ respecto del plano π_1

4. a) En un experimento aleatorio, sean A y B dos sucesos con $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$. Si A y B son independientes, calcula $P(A \cup B)$ y $P(A - B)$. (Nota: \bar{A} suceso contrario o complementario de A).
b) En un grupo de 100 personas hay 40 hombres y 60 mujeres. Se eligen al azar 4 personas del grupo, ¿cuál es la probabilidad de seleccionar más mujeres que hombres?

OPCIÓN B

1. a) Discute, según los valores del parámetro m , el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

b) Resuélvelo, si es posible, cuando $m = 1$.

2. a) Calcula los valores a, b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x < 3 \\ \ln(x-2) & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ sea derivable en $x = 3$ y determina el punto en el que la tangente a la gráfica de $f(x)$ es paralela a la recta $x + 3y = 0$.

b) Si $P(x)$ es un polinomio de tercer grado, con un punto de inflexión en el punto $(0,5)$ y un extremo relativo en el punto $(1,1)$, calcula $\int_0^1 P(x) dx$.

3. Sea r la recta que pasa por los puntos $P(1,0,5)$ y $Q(5,2,3)$

- a) Calcula la distancia del punto $A(5, -1, 6)$ a la recta r .
b) Calcula la ecuación implícita o general del plano que es perpendicular a r y pasa por el punto $A(5, -1, 6)$.
c) Calcula el área del triángulo de vértices los puntos $P(1,0,5)$, $A(5, -1, 6)$ y el punto de corte de la recta r con el plano $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$.

4. En un estudio realizado en un centro de salud se ha observado que el 30% de los pacientes son fumadores y de éstos, el 60% son hombres. Entre los pacientes que no son fumadores, el 70% son mujeres. Elegido un paciente al azar,

- a) Calcula la probabilidad de que el paciente sea mujer
b) Si el paciente elegido es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumador?