MATEMÁTICAS II [XUÑO 2019]

j.m.rivas ACADEMIA

OPCIÓN A

1. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *Suponiendo que* A *y* X *son matrices cuadradas y que* $A+I$ *es invertible, despeja* X *en la ecuación* $A-X=AX$.
   b) *Si* $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, *calcula talque* $A-X=AX$
2. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *Mediante integración por partes, demuestra que* $\int \ln x\,dx = x(\ln x-1)+C$. *Luego, demuestra la misma igualdad mediante derivación.*
   b) *Si* $f(x)=\begin{cases} \ln x & si \quad x\in(0,e] \\ ax+b & si \quad x\in(e,\infty) \end{cases}$ *di qué relación tiene que existir entre los parámetros* a *y* b *para que* f *sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que* f *sea derivable.*
   c) *Calcula el área de la región encerrada por el eje X, la recta* $x=4$ *y la gráfica de* $f(x)=\begin{cases} \ln x & si \quad x\in(0,e] \\ \dfrac{x}{e} & si \quad x\in(e,\infty) \end{cases}$.
3. *Se pide:*
   a) *Calcular el ángulo del intervalo* $[0^{\circ},90^{\circ}]$ *que forman os vectores* $\vec{u}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$ *y* $\vec{v}\left(-\frac{1}{2},\frac{-1+\sqrt{2}}{2},\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$.
   b) *Obtener la ecuación implícita del punto* $Q(1,1,1)$ *al plano* $\pi:-x+y+z+4=0$ *y el punto simétrico de* Q *respecto a* π.
4. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *El* 40% *de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el* 35% *tienen rosas y el* 21% *tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcular las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.*
   b) *Si en un auditorio hay* 50 *personas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos* 2 *hayan nacido en el mes de enero?*

OPCIÓN B

1. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *Discute, según los valores del parámetro* m, *el siguiente sistema:* $\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ my+(3-m)z=-6 \\ 2x-y+mz=6 \end{cases}$
   b) *Resuélvelo, si es posible, en los casos* $m=0$ *y* $m=4$.
2. *Considérese la función* $f(x)=x^2e^{-x}$. *Se pide:*
   a) *Calcular los límites* $\lim_{x\to\infty} f(x)$ *y* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
   b) *Determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.*
   c) *Calcular* $\int f(x)\,dx$
3. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *Estudia la posición relativa de los planos* $\pi_1: mx-y+2=0$ *y* $\pi_2: 2x+3y=0$ *en función del parámetro* m.
   b) *Obtén la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos* $A(0,0,0)$, $B(1,0,1)$ *y* $C(0,1,0)$.
   c) *Calcula el punto simétrico del punto* $P(1,2,3)$ *con respecto al plano* $\pi:-x+z=0$
4. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *Sean* A *y* B *dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcula* $P(A)$ *si* $P(B)=0.8, P(A\cap B)=0.2$ *y* $P(A\cup B)$ *es el triple de* $P(A)$.
   b) *En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media* $25^{\circ}C$ *y desviación típica* $4^{\circ}C$. *Calcula la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre* $21^{\circ}C$ *y* $27.2^{\circ}C$. *¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?*

SOLUCIONES [OPCIÓN A]

1. Da respuesta a los apartados siguientes:
   a. *Suponiendo que* A *y* X *son matrices cuadradas y que* $A+I$ *es invertible, despeja* X *en la ecuación* $A-X=AX$.
   b. *Si* $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, *calcula talque* $A-X=AX$

a)

$$A-X=AX \Rightarrow A=AX+X \Rightarrow A=(A+I)X \Rightarrow (A+I)^{-1}A=X$$

b)

$$A+I=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(A+I)^{-1}=\frac{1}{|A+I|}Adj\left((A+I)^t\right)$$

$$|A+I|=\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}=5$$

$$(A+I)^t=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$Adj(A+I)^t=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A+I)^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/5 & -1/5 \\ 1/5 & 4/5 \end{pmatrix}$$

2. Da respuesta a los apartados siguientes:

a) Mediante integración por partes, demuestra que $\int \ln x\,dx = x(\ln x - 1) + C$. Luego, demuestra la misma igualdad mediante derivación.

b) Si $f(x) = \begin{cases} \ln x & si \quad x \in (0,e] \\ ax+b & si \quad x \in (e,\infty) \end{cases}$ di qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que f sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.

c) Calcula el área de la región encerrada por el eje X, la recta $x = 4$ y la gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & si \quad x \in (0,e] \\ \dfrac{x}{e} & si \quad x \in (e,\infty) \end{cases}$.

a) $\int \ln x\,dx = x(\ln x - 1) + C$

$$\int \ln x\,dx = (*_1)$$

$$u = \ln x \quad du = \frac{1}{x}dx$$

$$dv = dx \qquad v = x$$

$$(*_1) = x\ln x - \int x \cdot \frac{1}{x}dx = x\ln x - \int 1dx = x\ln x - x + C = x(\ln x - 1) + C$$

Por el Teorema Fundamental del Cálculo Integral

$$F(x) = \int f(x)dx \Rightarrow F'(x) = f(x)$$

$$F(x) = x(\ln x - 1) + C \qquad f(x) = \ln x$$

$$F'(x) = (\ln x - 1) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & si \quad x \in (0,e] \\ ax+b & si \quad x \in (e,+\infty) \end{cases}$$

$f(x) = \ln x$ continua en $(0,+\infty)$ por ser logarítmica.

$f(x) = ax+b$ continua en $\mathbb{R}$ por ser polinómica.

$x = e$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to e^-} \ln x = \ln e = 1 \\ \lim\limits_{x\to e^+} ax+b = ae+b \end{array}\right\} \quad ae+b=1$$

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & si \quad x \in (0,e] \\ a & si \quad x \in (e,+\infty) \end{cases}$$

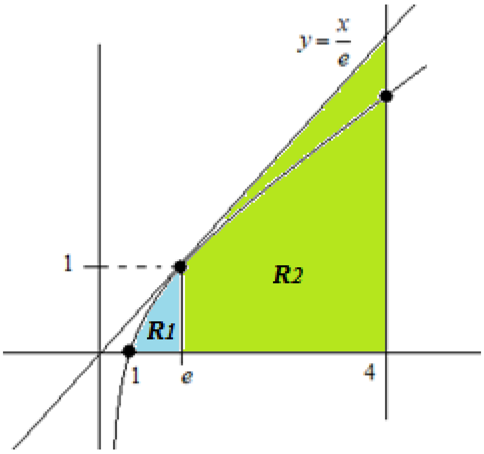
$f'(x) = \dfrac{1}{x}$ continua en $\mathbb{R} - \{0\}$; $f'(x) = a$ continua en $\mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to e^-} \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{e} \\ \lim\limits_{x\to e^+} a = a \end{array}\right\} \quad \boxed{a = \frac{1}{e}}$$

$$\frac{1}{e}\cdot e+b=1\Rightarrow \boxed{b=0}$$

c)

$$f(x)=\begin{cases}\ln x & si \quad x\in(0,e]\\ \dfrac{x}{e} & si \quad x\in(e,\infty)\end{cases}$$



Punto de corte $f(x)$ *con eje* $X\rightarrow y=0$

$$\ln x=0\Rightarrow x=1$$

$$\underbrace{\int_1^e \ln(x)\,dx}_{\boxed{R_1}}+\underbrace{\int_e^4 \frac{x}{e}\,dx}_{\boxed{R_2}}=$$

f (x)	x
1	e
4/e	4

$$[x\ln x-x]_1^e+\left[\frac{x^2}{2e}\right]_e^4$$

$$\left(\underbrace{e\ln e}_{1}-e\right)-\left(\underbrace{1\ln 1}_{0}-1\right)+\left(\frac{4^2}{2e}-\frac{e^2}{2e}\right)$$

$$0+1+\frac{16}{2e}-\frac{e}{2}=1+\frac{8}{e}-\frac{e}{2}\simeq 2'58\ u^2$$

3. *Se pide:*

a) Calcular el ángulo del intervalo $\left[0^{\circ},90^{\circ}\right]$ *que forman os vectores* $\vec{u}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)$ *y* $\vec{v}\left(-\frac{1}{2},\frac{-1+\sqrt{2}}{2},\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$.

b) Obtener la ecuación implícita del punto $Q(1,1,1)$ *al plano* $\pi: -x+y+z+4=0$ *y el punto simétrico de* Q *respecto a* π.

a)

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}},0\right)\left(-\frac{1}{21},\frac{-1+\sqrt{2}}{2},\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)=\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{-1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}+0=$$

$$=\frac{\cancel{1}-\cancel{1}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$

$$\left|\vec{u}\right|=\sqrt{\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{2}+\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)^{3}+0^{2}}=\sqrt{1}=1$$

$$\left|\vec{v}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}+\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{2}\right)^{2}+\left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)^{2}}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3-2\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}}=1$$

$$\cos\alpha=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{v}\right|}=\frac{1/2}{1\cdot 1}=1/2 \qquad \alpha=60^{\circ}$$

b)

$$\begin{cases}x-y+2z=1\\ y-z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1-\lambda\\ y=\lambda\\ z=\lambda\end{cases}\qquad \vec{u_r}(-1,1,1)$$

$$\pi\equiv \underset{-1}{A}x+\underset{1}{B}y+\underset{1}{C}z+D=0$$

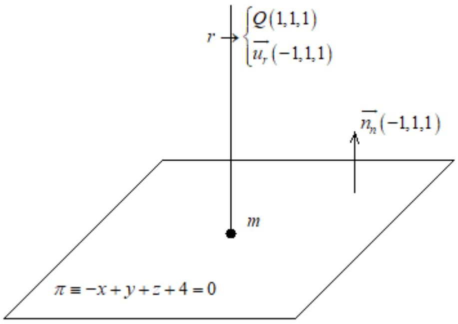
$$-x+y+z+D=0$$

$$Q\in\mathbb{R}\Rightarrow -1(1)+1(-3)+0+D=0\Rightarrow D=4$$

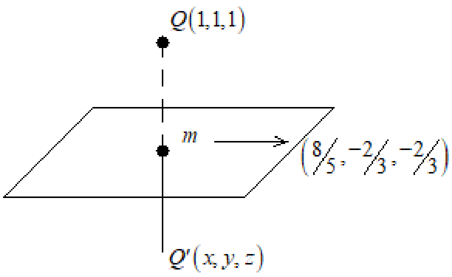
$$\pi\equiv -x+y+z+4=0$$

c) Calcular a distancia do punto $Q(1,1,1)$ ao plano $\pi \equiv -x+y+z+4=0$ e o punto simétrico de Q respecto a π.

$$d(Q,\pi)=\frac{-(1)+(1)+(1)+4}{\sqrt{(-1)^2+(1)^2+(1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}\ u$$



$$x=1-1\lambda$$
$$y=1+\lambda$$
$$z=1+\lambda$$
$$r\cap\pi \Rightarrow -(1-\lambda)+(1+\lambda)+(1+\lambda)+4=$$
$$3\lambda=-5 \Rightarrow \lambda=-5/3$$



$$M=\begin{cases} x=1+5/3=\dfrac{8}{3} \\ y=1-5/3=\dfrac{-2}{3} \\ z=1-5/3=\dfrac{-2}{3} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} M=\dfrac{Q+Q'}{2}=\left(\dfrac{1+x}{2},\dfrac{1+y}{2},\dfrac{1+z}{2}\right) \\ M=\left(\dfrac{8}{5},\dfrac{-2}{3},\dfrac{-2}{3}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \dfrac{1+x}{2}=\dfrac{8}{3} \quad x=\dfrac{13}{3} \\ \dfrac{1+y}{2}=\dfrac{-2}{3} \quad y=\dfrac{-7}{3} \\ \dfrac{1+z}{2}=\dfrac{-2}{3} \quad z=\dfrac{-7}{3} \end{array}$$

$$\boxed{Q'=\left(\frac{13}{3},\frac{-7}{3},\frac{-7}{3}\right)}$$

Da respuesta a los apartados siguientes:

c) El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcular las cinco probabilidades siguientes: de que tenga camelias o rosas; de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga camelias, sabiendo que tiene rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.

d) Si en un auditorio hay 50 personas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos 2 hayan nacido en el mes de enero?

Sucesos: $\{C = camelia, R = Rosa\}$

$P(C) = 0'40$

$P(R) = 0'35$

$P(C \cap R) = 0'21$

a) $P(C \cup R) = \underbrace{P(C)}_{0'40} + \underbrace{P(R)}_{0'35} - \underbrace{P(C \cap R)}_{0'21} = 0'54$

b) $P(\overline{C} \cap \overline{R}) = P(\overline{C \cup R}) = 1 - P(C \cup R) = 1 - 0'54 = 0'46$

c) $P(C/R) = \dfrac{P(C \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0'21}{0'35} = 0'60$

d) $P(R/C) = \dfrac{P(C \cap R)}{P(C)} = \dfrac{0'21}{0'40} = 0'525$

e) $\underbrace{P(C \cap \overline{R})}_{0'19} \cup \underbrace{P(\overline{C} \cap R)}_{0'14} = 0'19 + 0'14 = 0'33$

$\boxed{P(C \cap \overline{R}) = P(C) - P(C \cap R) = 0'4 - 0'21 = 0'19}$

$\boxed{P(\overline{C} \cap R) = P(R) - P(C \cap R) = 0'35 - 0'21 = 0'14}$

OPCIÓN B

1. *Da respuesta a los apartados siguientes:*

   a) *Discute, según los valores del parámetro* m*, el siguiente sistema:* $\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ my+(3-m)z=-6 \\ 2x-y+mz=6 \end{cases}$

   b) *Resuélvelo, si es posible, en los casos* $m=0$ *y* $m=4$.

$$\underbrace{\left(\underbrace{\begin{matrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & m & 3-m \\ 2 & -1 & m \end{matrix}}_{A}\;\begin{matrix} 0 \\ -6 \\ 6 \end{matrix}\right)}_{A^*}$$

$$|A| = 2m^2 - 6m$$

$$2m^2-6m=0 \begin{cases} \nearrow m=0 \\ \searrow m=3 \end{cases}$$

- $\forall \left.\begin{matrix} m\neq 0 \\ m\neq 0 \end{matrix}\right\} rgA = rgA^* = 3 = n^o\, Incg \Rightarrow S.C.D.$
- $\forall\ m=0$

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 0 & 6 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} \nearrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \\ 2 & -1 & 6 \end{vmatrix} = 0 \\ \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -6 & 3 \\ 2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0 \\ \searrow \begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -6 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \Rightarrow rgA = 2 = rgA^* \neq n^o\, \text{incg} = 3 \;\Rightarrow\; \text{S.C.I.}$$

- $\forall\ \text{m}=3$

$$\left(\begin{array}{ccc:c} 2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -6 \\ 2 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 6 \end{vmatrix} = 36 \neq 0 \Rightarrow rgA = 2 \neq rgA^* = 3 \;\Rightarrow S.I.$$

b) $\boxed{\forall\ \text{m}=0}$

$$A\begin{cases} 2x-y+3z=0 \\ 3z=-6 \end{cases} \qquad B\begin{cases} 2x+3z=y \\ 3z=-6 \end{cases} \qquad \begin{aligned} x&=\frac{\lambda+6}{2} \\ z&=-2 \\ y&=\lambda \end{aligned}$$

$\boxed{\forall\ \text{m}=4}$

$$C\begin{cases}2x-y+3z=0\\ \quad 4y-z=-6\\ 2x-y+4z=6\end{cases} \qquad |C|=\begin{vmatrix}2 & -1 & 3\\ 0 & 4 & -1\\ 2 & -1 & 4\end{vmatrix}=8$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix}0 & -1 & 3\\ -6 & 4 & -1\\ 6 & -1 & 4\end{vmatrix}}{|C|}=\frac{-72}{8}=-9$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}2 & 0 & 3\\ 0 & -6 & -1\\ 2 & 6 & 4\end{vmatrix}}{|C|}=\frac{0}{8}=0$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix}2 & -1 & 0\\ 0 & 4 & -6\\ 2 & -1 & 6\end{vmatrix}}{|C|}=\frac{48}{8}=6$$

2. Considérese la función $f(x)=x^2e^{-x}$. Se pide:

   a) Calcular los límites $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

   b) Determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos y puntos de inflexión.

   c) Calcular $\int f(x)\,dx$

$f(x)=x^2\cdot e^{-x}$

a)

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=x^2\cdot\frac{1}{e^x}=\infty\cdot 0 \begin{cases}\nearrow \dfrac{\infty}{\infty}=f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}\\ \searrow \dfrac{0}{0}\end{cases}$$

$$f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{e^x}=\overset{IND}{\frac{\infty}{\infty}}\overset{L´Hôpital}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{e^x}=\overset{IND}{\frac{\infty}{\infty}}\overset{L´Hôpital}{=}\lim_{x\to\infty}\frac{2}{e^x}=\frac{2}{\infty}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty} x^2\cdot e^{-x}=\infty$$

a) $f'(x)=2x\cdot e^{-x}+x^2\cdot e^{-x}(-1)=e^{-x}\left(2x-x^2\right)$

$f'(x)=0$

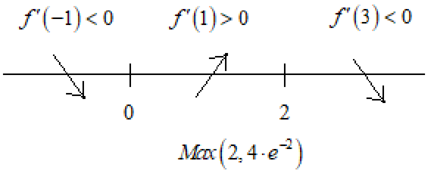
$e^{-x}\left(2x-x^2\right)=0$

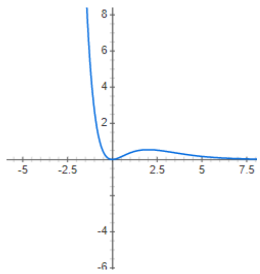
$e^{-x}\neq 0$

$$2x-x^2=0\begin{cases}\nearrow x=0\\ \searrow x=2\end{cases}$$

Dominio $f(x)=\mathbb{R}$

Crecimiento, decrecimiento, extremos relativos





Ptos. de inflexión

$f''(x)=-e^{-x}\left(2x-x^2\right)+e^{-x}(2-2x)$

$$f''(x)=0 \qquad e^{-x}\left(x^2-4x+2\right)=0\begin{cases}\nearrow e^{-x}\neq 0\\ \searrow x^2-4x+2=0\begin{cases}\nearrow x_1=2+\sqrt{2}\\ \searrow x_2=2-\sqrt{2}\end{cases}\end{cases}$$

3. *Da respuesta a los apartados siguientes:*
   a) *Estudia la posición relativa de los planos* $\pi_1 : mx - y + 2 = 0$ *y* $\pi_2 : 2x + 3y = 0$ *en función del parámetro* m.
   b) *Obtén la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos* $A(0,0,0)$, $B(1,0,1)$ *y* $C(0,1,0)$.
   c) *Calcula el punto simétrico del punto* $P(1,2,3)$ *con respecto al plano* $\pi : -x + z = 0$

$$\begin{cases} \pi_1 : mx - y + 2 = 0 \\ \pi_2 : 2x + 3y = 0 \end{cases} \qquad \left(\underbrace{\underbrace{\begin{matrix} m & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{matrix}}_{M} \left| \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \right.}_{M^*} \right)$$

$$|M| = \begin{vmatrix} m & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$|M| = 3m + 2$$

$$3m + 2 = 0$$

$$m = -2/3$$

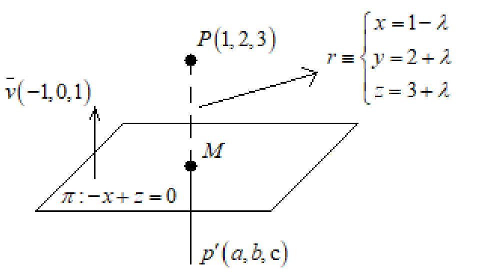
$$\boxed{\forall m = -2/3} \Rightarrow rgM = 1 \neq rgM^* = 2 \;\Rightarrow\; S.I.\text{Planos paralelos}$$

$$\boxed{\forall m \neq -2/3} \Rightarrow rgM = 2 = rgM^* = 2 \;\Rightarrow\; S.C.I.\text{Planos secantes}$$

a)

$$\begin{matrix} \overrightarrow{AB}(1,0,1) \\ \overrightarrow{AC}(0,1,0) \\ Pto.\,A(0,0,0) \end{matrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = z - x \qquad -x + z = 0$$

b)



$$-(1-\lambda) + (3+\lambda) = 0$$

$$-1 + \lambda + 3 + \lambda = 0$$

$$2\lambda = -2$$

$$\lambda = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \Rightarrow M(2,2,2) \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\frac{P + P'}{2} = M \qquad \frac{(1,2,3) + (a,b,c)}{2} = (0,2,4)$$

Pto.simétrico $(3,2,1)$

$$\frac{1+a}{2} = 2; \quad a = 3$$

$$\frac{2+b}{2} = 2; \quad b = 2$$

$$\frac{3+c}{2} = 2; \quad c = 1$$

4. Da respuesta a los apartados siguientes:

a) Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Calcula $P(A)$ si $P(B)=0.8, P(A\cap B)=0.2$ y $P(A\cup B)$ es el triple de $P(A)$.

b) En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media $25^{o}C$ y desviación típica $4^{o}C$. Calcula la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre $21^{o}C$ y $27.2^{o}C$. ¿En cuántos días

c) del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?

a)
$$P(A)=?$$
$$P(B)=0{,}8$$
$$P(A\cap B)=0{,}2$$
$$P(A\cup B)=3P(A)$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$3P(A)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$3P(A)=P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow P(A)=\frac{0{,}8-0{,}2}{2}=0{,}3$$

b) $N(25,4)$

$$P\left[21\le x\le 27'2\right]$$
$$P\left[\frac{21-25}{4}\le z\le\frac{27'2-25}{4}\right]$$

$$P\left[-1\le z\le 0'55\right]=P\left[z\le 0'55\right]-P\left[z\le -1\right]=1-\left[z\le -1\right]=$$

$$=1-0'8413=0'1587$$

$0'7088-0'1587=0'5501\Rightarrow 55'01\%$ de obtener esa temperatura.

Julio tiene $31\ días$:

$$31\cdot 0'5501\simeq 17'05\simeq 17\ días$$