MATEMÁTICAS II CC.SS. [XUÑO 2019]

CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA
USC

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade
XUÑO 2019

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(Responde solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideramos las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz $B^t\cdot A\cdot B$.
b) Calcula la inversa de la matriz $A-I$, en donde I es la matriz identidad de orden 2.
c) Despeja la matriz X en la ecuación matricial $A\cdot X-B=X$ y calcúlala.

2. El número de espectadores de una serie (N), en millones, en función del tiempo (t), en años, sigue un modelo dado por la función: N (t)= $K+\frac{8t}{1+t^2}$

a) Calcula el valor de K si se sabe que al final del segundo año el número de espectadores era de 4.2 millones.

b) Estudia el crecimiento, el decrecimiento y el momento y valor máximo de la audiencia.

3. Los videojuegos que se consumen en Galicia se juegan el 45% en consola y el resto en el móvil. De los que se juegan en consola, el 70% son de acción, el 10% de estrategia y el resto de otras categorías. De los juegos para móvil, un 25% son de acción, otro 25% de estrategia y el resto de otras categorías.
a) ¿Qué porcentaje de los videojuegos consumidos en Galicia son de acción?
b) Se elige al azar un jugador que está jugando a un juego de estrategia: ¿cuál es la probabilidad de que lo esté haciendo a través del móvil?

4) Un estudio electoral con una muestra de 400 electores obtiene un intervalo para la proporción de votantes de un partido de [0.23, 0.31]. **a)** ¿Cuánto vale la proporción muestral? **b)** ¿Cuál es el nivel de confianza con el que se estableció el intervalo? **c)** ¿Cuál es el error máximo cometido con el intervalo anterior?

OPCIÓN B

1. Una tienda deportiva desea liquidar 2000 camisetas y 1000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2. La oferta 1 consiste en un lote de una camiseta y un chándal, que se vende a 30 €; la oferta 2 consiste en un lote de tres camisetas y un chándal, que se vende a 50 €. No se desea ofrecer menos de 200 lotes de la oferta 1 ni menos de 100 de la oferta 2.

a) Plantea el problema que permite determinar cuántos lotes de cada tipo debe vender para maximizar los ingresos. **b)** Representa la región factible. **c)** ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar los ingresos? ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

2. Dada la función $f(x)=x^2-6x+8$

a) Realiza su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función y los ejes de coordenadas.

3. En una población, de cada 100 consumidores de agua mineral 30 consumen la marca A, 25 la marca B y el resto la marca C. Además, el 30% de consumidores de A, el 20% de consumidores de B y el 40% de consumidores de C son mujeres. **a)** Se selecciona al azar un consumidor de agua mineral de esa población: ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? **b)** Si se ha seleccionado al azar una mujer, halla la probabilidad de que consuma la marca B.

4. Después de años de utilizarlo se sabe que la puntuación de un test de uso habitual en cierta rama industrial sigue una distribución normal de media 74 y desviación típica 16. En una empresa se decide realizarlo a 100 de sus empleados. **a)** ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga una media muestral superior a 78 puntos, de seguirse la pauta general? **b)** ¿Y la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 74 puntos?

MATEMÁTICAS II CC.SS. [XUÑO 2019]

SOLUCIÓN

OPCIÓN A

Consideramos las matrices $A=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&0\end{pmatrix}$

a) Calcula la matriz $B^t\cdot A\cdot B$

b) Calcula la inversa de la matriz $A-I$, en donde I es la matriz identidad de orden 2.

c) Despeja la matriz X en la ecuación matricial $A\cdot X-B=X$ y calcúlala.

a) $B^t=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\\1&0\end{pmatrix}$ $\qquad B^t\cdot A\cdot B=\begin{pmatrix}1&2\\0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&5\\1&2\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}13&5&3\\5&2&1\\3&1&1\end{pmatrix}$

b) $(A-I)=\begin{pmatrix}1&1\\1&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$

$|A-I|=-1$

$(A-I)^t=\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}$

$AdjA^t=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&0\end{pmatrix}$

$A^{-1}=\begin{pmatrix}-1&1\\1&0\end{pmatrix}$

otra forma por gauss

$$\left(\begin{array}{cc|cc}0&1&1&0\\1&1&0&1\end{array}\right)\quad F_2-F_1\left(\begin{array}{cc|cc}0&1&1&0\\1&0&-1&1\end{array}\right)$$

$$F_1+F_2\left(\begin{array}{cc|cc}1&1&0&1\\1&0&-1&1\end{array}\right)$$

$$F_2-F_1\left(\begin{array}{cc|cc}1&1&0&1\\0&-1&-1&0\end{array}\right)$$

$$F_1+F_2\left(\begin{array}{cc|cc}1&0&-1&1\\0&-1&-1&0\end{array}\right)$$

$$-F_2\left(\begin{array}{cc|cc}1&0&-1&1\\0&1&1&0\end{array}\right)$$

c) $AX-B=X$

$AX-X=B\Rightarrow\qquad (A-I)X=B\Rightarrow\qquad \underbrace{(A-I)^{-1}(A-I)}_{I}X=(A-I)^{-1}\cdot B$

$X=(A-I)^{-1}\cdot B$

$X=\begin{pmatrix}-1&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&1\\2&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&-1\\1&0&1\end{pmatrix}$

2. El número de espectadores de una serie (N), en millones, en función del tiempo (t), en años, sigue un modelo dado por la función: $N(t)=K+\dfrac{8t}{1+t^2}$
   a) Calcula el valor de K si se sabe que el final del segundo año el número de espectadores era de 4.2 millones.
   b) Estudia el crecimiento, el decrecimiento y el momento y valor máximo de audiencia.

a)

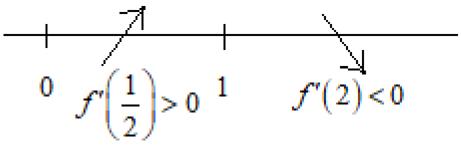
$$\left.\begin{array}{l} N(2)=K+\dfrac{8\cdot 2}{1+2^2} \\ N(2)=4'2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} k+\dfrac{16}{5}=4'2 \\ \boxed{K=1} \end{array}$$

b)

$$N'(t)=\frac{8\left(1+t^2\right)-8t\cdot 2t}{\left(1+t^2\right)^2}=\frac{8+8t^2-16t^2}{\left(1+t^2\right)^2}=\frac{8-8t^2}{\left(1+t^2\right)^2}$$

$$N'(t)=0\Rightarrow\frac{8-8t^2}{\left(1+t^2\right)^2}=0\Rightarrow 8-8t^2=0 \quad t=\pm 1$$

Descartamos $t=-1$ porque el tiempo no puede ser negativo



Creciente $(0,1)$

Decreciente $(1,+\infty)$

Valor máximo de la audiencia en $t=1$

$$N(1)=1+\frac{8\cdot 1}{1+1^2}=5\ millones$$

3. Os videoxogos que se consumen en Galicia xóganse o 45% en consola e o resto no móvil. Dos que se xogan en consola, o 70% son de acción, o 10% de estratexia e o resto doutras categorías. Dos xogos para móvil, un 25% son de acción, outro 25% de estratexia e o resto doutras categorías.
   a) Qué porcentaxe dos videoxogos consumidos en Galicia son de acción?
   b) Elíxase ao azar un xogador que está xogando a un xogo de estratexia: cal é probabilidade de que o estea facendo a través do móvil?

Sean los sucesos:

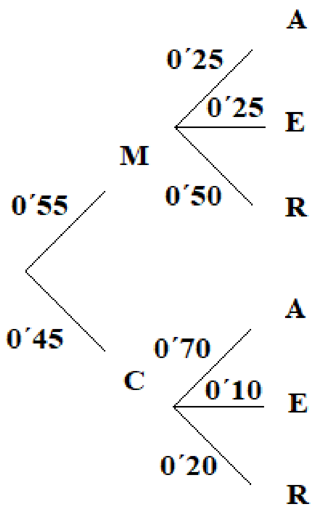
M: " xóganse en móvil"

C: "xóganse en consola"

A: "Acción"

E: "Estratexia"

R: "Resto"



a)

$$P(M)=0'55$$
$$P(C)=0'45$$
$$P(A)=P(M)\cdot P(A/M)+P(C)\cdot P(A/C)=$$
$$=0'55\cdot 0'25+0'45\cdot 0'70=0'4525$$

b)

$$P(M/E)=\frac{P(M\cap E)}{P(E)}=\frac{0'55\cdot 0'25}{0'55\cdot 0'25+0'45\cdot 0'10}=\frac{0'1375}{0'1825}=0'7534\Rightarrow 75'34\%$$
$$P(E)=P(M)\cdot P(E/M)+P(C)\cdot P(E/C)=0'55\cdot 0'25+0'45\cdot 0'10=0'1825$$

4. Un estidio electoral con una muestra de 400 electores obtiene un intervalo para la proporción de votantes de una partido de $[0.23,\ 0.31]$.
   a) ¿Cuánto vale la proporción muestral?
   b) ¿Cuál es el nivel de confianza con el que se estableció el intervalo?
   c) ¿Cuál es el error máximo cometido con el intervalo anterior?

$n = 400 \qquad [0'23, 0'31]$

a) $p_r = \dfrac{0'23 + 0'31}{2} = 0'27$

b) $E = \dfrac{0'31 - 0'23}{2} = 0'04$

c) $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{p_r(1-p_r)}{n}}$:

$$0'04 = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{0'27 \cdot 0'73}{400}}$$

$$z_{\alpha/2} = 1'80 \Rightarrow \frac{1 + n \cdot c}{2} = 0'9641 \Rightarrow n \cdot c = 0'9282 \quad \Rightarrow \quad 93\% \textit{ de confianza}$$

MATEMÁTICAS II CC.SS. [XUÑO 2019]

OPCIÓN B

Una tienda deportiva desea liquidar 2000 camisetas y 1000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2. A oferta 1 consiste nun lote dunha camiseta e un chándal, que se vende a 30 €; a oferta 2 consiste nun lote de tres camisetas e un chándal, que se vende a 50 €. Non se desexa ofrecer menos de 200 lotes da oferta 1 nin menos de 100 da oferta 2.

a) Formula o problema que permite determinar cantos lotes de cada tipo debe vender para maximizar os ingresos.
b) Representa a rexión factible.
c) Cantos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar os ingresos? A canto ascendes os ditos ingresos?

		Camisetas	Chándales
30 €	Oferta 1(x)	1	1
50 €	Oferta 2 (y)	3	1
		2000	1000

Non se desexa ofrecer menos de 200 lotes da oferta 1 $x \geq 200$

Non se desexa ofrecer menos de 100 lotes da oferta 2 $y \geq 100$

a)

$$\left|\begin{array}{ll} x+3y \leq 2000 & [ec.1] \\ x+y \leq 1000 & [ec.2] \\ x \geq 200 & \\ y \geq 100 & \end{array}\right.$$

(ec. 1)

x	y
500	500
200	600

(ec. 2)

x	y
0	1000
500	500

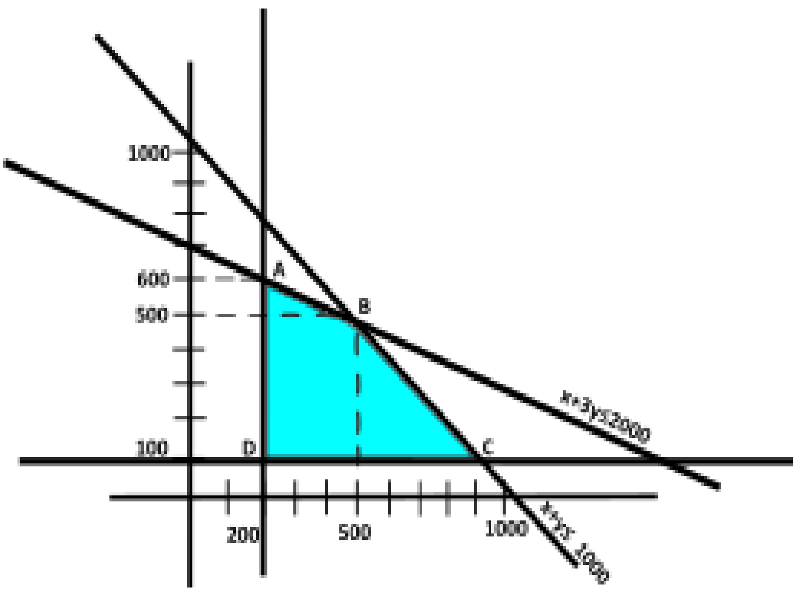
b)

$$\begin{array}{c} Pto.A \\ (200,600) \end{array} \left\{\begin{array}{l} x+3y=2000 \\ x=200 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{c} Pto.B \\ (500,500) \end{array} \left\{\begin{array}{l} x+y=1000 \\ x+3y=2000 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{c} Pto.C \\ (900,100) \end{array} \left\{\begin{array}{l} x+y=1000 \\ y=100 \end{array}\right.$$

$$\begin{array}{c} Pto.D \\ (200,100) \end{array} \left\{\begin{array}{l} x=200 \\ y=100 \end{array}\right.$$



$F(x,y)=30x+50y$

Pto A $F(200,600)=36000$

Pto B $F(500,500)=40000$

Pto C $F(900,100)=32000$

Pto D $F(200,100)=11000$

c) Venderemos 500 lotes de la oferta 1 y 500 lotes de la oferta 2 para obtener 40000€ de ingresos

Pto B $F(500,500)=40000$

2. Dada a función $f(x) = x^2 - 6x + 8$

a) Realiza a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

b) Calcula a área do recinto limitado pola gráfica da función e os eixes de coordenadas.

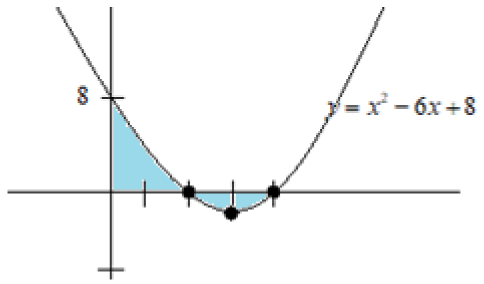
$$y = x^2 - 6x + 8$$

$$x = 0 \rightarrow y = 8 \qquad (0, +8)$$

$$y = 0 \qquad x^2 - 6x + 8$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36-32}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = \begin{cases} \nearrow 4 & (4,0) \\ \searrow 2 & (2,0) \end{cases}$$

Vértice $\quad f'(x) = 2x - 6 \qquad 2x - 6 = 0 \quad \boxed{x = 3} \qquad (3, -1)$



$y'(0) < 0$	3	$y'(4) < 0$
DECRECIENTE		**CRECIENTE**

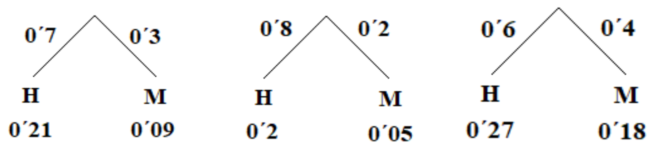
$$f''(3) = 2 > 0 \Rightarrow \text{mínimo}(3, -1)$$

$$\int_0^2 \left(x^2 - 6x + 8\right) dx + \int_2^4 -\left(x^2 - 6x + 8\right) dx = \left.\frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} - 8x\right]_0^2 + \left.\frac{-x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 8x\right]_2^4 = \left(\frac{76}{3} + \frac{4}{3}\right)u^2 + \frac{80}{3}u^2$$

3. Nunha poboación, de cada 100 consumidores de auga mineral 30 consumen a marca A, 25 a marca B e o resto a marca C. Ademais, o 30% de consumidores de A, o 20% de consumidores de B e o 40% de consumidores de C son mulleres.
   a) Selecciónase ao azar un consumidor de auga mineral desa poboación: cal é a probabilidade de que sexa muller?
   b) Se se seleccionou unha muller ao azar, acha a probabilidade de que consuma a marca B

$n=100$

$$A=\frac{30}{100}=0'3 \qquad B=\frac{25}{100}=0'25 \qquad C=0'45$$



$\Rightarrow =1$

a)

$$P(M)=P(A\cap M)+P(B\cap M)+P(C\cap M)=0'09+0'05+0'18$$

$P(M)=0'32$. O 32% de probabilidade de ser muller.

b)

$P(B/M)=\dfrac{0'05}{0'32}=0'1563$. O $15'63\%$ de ser muller e consumidor mercan B

4. Logo de anos de utilizalo sábese que a puntuación dun test de uso habitual en certa rama industrial segue unha distribución normal de media 74 e desviación típica 16. Nunha empresa decídese realizalo a 100 dos seus empregados.
   a) Cal é a probabilidad de que se obteña unha media mostral superior a 78 puntos, de seguirse a pauta xeral?.
   b) E a probabilidad de que a media mostral sexa inferior a 74 puntos?

$N(74,16)$

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{16}{\sqrt{100}} = 1'6$$

a) $x > 78$

$$P\left[z > \frac{78-74}{1'6}\right] = P[z > 2'5] = 1 - [z \le 2'5] = 1 - 0'0038 = 0'0062$$

b) $x < 74$

$P[z \le 0] = 0'5$. Sería dun 50%