

MATEMÁTICAS II

(Responde solamente a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 2 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 3 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

 - ¿Qué relación existe entre su inversa A^{-1} y su traspuesta A^t ?
 - Estudia, según los valores de λ , el rango de $A - \lambda I$, siendo I la matriz identidad de orden 3. Calcula las matrices X que verifican $AX + X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Enuncia el teorema de Rolle. Calcula a , b y c para que la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{si } x < 1 \\ bx + c & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[0,2]$ y calcula el punto en el que se cumple el teorema.
 - Dibuja y calcula el área de la región limitada por la parábola $y = x^2 - 2x$ y la recta $y = x$. (Para el dibujo de la parábola, indica: puntos de corte con los ejes de coordenadas, el vértice y concavidad o convexidad)
- Dada la recta $r: \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$

 - Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por el punto $A(1,1,1)$ y es perpendicular a r .
 - Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por los puntos $P(-1,0,6)$ y $Q(3,-2,4)$ y es paralelo a la recta r .
 - Calcula la distancia de la recta r al plano $x + y + z - 5 = 0$.
- En un bombo tenemos 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9 y cada vez que hacemos una extracción devolvemos la bola al bombo

 - Si hacemos 5 extracciones, calcula la probabilidad de que el 7 salga menos de dos veces.
 - Si hacemos 100 extracciones, calcula la probabilidad de que el 7 salga menos de 9 veces.

OPCIÓN B

- Discute, según los valores del parámetro m , el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$
 - Resuélvelo, si es posible, cuando $m = 1$.
- Calcula, si existe, el valor de m para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + mx^2 - 1}{\sin(x^2)} = 3$
 - Calcula los valores de a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un punto de inflexión en el punto $(0,5)$ y la tangente a su gráfica en el punto $(1,1)$ sea paralela al eje X .
 - Calcula $\int_1^e \sqrt{x} \ln x dx$ (Nota: $\ln = \text{logaritmo neperiano}$)
- Sea r la recta que pasa por los puntos $P(9,4,1)$ y $Q(1,1,1)$. Dada la recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-1}$

 - Estudia la posición relativa de las rectas r y s . Calcula, si se cortan, el punto de corte.
 - Calcula, si existe, la ecuación implícita o general del plano que contiene a las rectas r y s .
 - Calcula la distancia del punto $O(0,0,0)$ a la recta s .
- En una fábrica hay tres máquinas A, B y C que producen la misma cantidad de piezas. La máquina A produce un 2% de piezas defectuosas, la B un 4% y la C un 5%.

 - Calcula la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea defectuosa.
 - Si se elige una pieza al azar y resulta que no es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina A?